

## 《研究ノート》

## 数値解析手法によるマクロ経済動学分析 —数値解析ソフトウェアを援用した教育支援ツール— (1)ケインズの国民所得決定モデル

笠嶋修次<sup>1</sup>

### はじめに

1970年代の合理的期待形成革命以降、マクロ経済分析において将来期待をモデル化する方法が一つの潮流となってきた。合理的期待形成のモデル化はマルコフ遷移確率など特定の確率過程の仮定のもと、現在の均衡から新しい均衡へ向けての経済変数のダイナミックな変化の分析を可能にする。このダイナミックな経済の動きを分析するため、確率定差方程式や確率微分方程式などの数学的手法が経済分析に応用されるようになった。しかし、マクロ経済モデルの構造によっては、均衡解を解析的に求めることが困難な場合が少なくない。こうした問題に対処する目的もあり均衡解の解析的導出手法の発展と並行して、1980年代後半以降コンピューターを援用した数値解析的な手法により、経済システム展開のダイナミズムと均衡を明らかにする分析が現れてきた。MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB, GAUSSなどの専門の数値解析、行列分析、グラフ化のソフトウェアの開発・充実が、このようなコンピューターを援用した数値解析手法による経済分析をより一般的なものにした。こうした流れの中で、Computational Economics や Journal of Economic Dynamics and Control などコンピューターによる数値解析法を使った経済分析の論文を専門的に取り上げる学術雑誌も刊行されてきた。また、1994年には、The Society for Computational Economics という学会も発足している。数値解析法による経済分析あるいは Computational Economics と呼ばれる分野は合理的期待を期待形成メカニズムとする確率的動的計画法(Stochastic Dynamic Programming)や Linear-Quadratic Model および

---

<sup>1</sup> このプロジェクトおよび関連プロジェクトの実施に際し、北海学園大学学術研究助成金(共同研究)の支援を受けた。ここに謝意を表す。

Fair の合理的期待マクロ計量経済モデルなどのマクロ経済モデルのみでなく、GTAP(Global Trade Analysis Project) などの応用一般均衡モデルやゲーム均衡解の数値的解法などマイクロ経済分析の分野でも急速に進んできている。こうした潮流を背景にしてオランダ North-Holland 社の経済学 Handbook シリーズの一分野として、1996年に Handbook of Computational Economics が刊行された(Amman, Kendrick, and Rust, 1996)。また、近年、数値解析手法による経済分析方法を解説した研究書・解説書も相継いで出版されるようになった。例えば、Judd(1998)、Marimon and Scott(1999)、Varian(1992、1996)および Shone(2002)などである。

合理的期待形成メカニズムに立脚した確率的動的計画法などを使ったマクロ経済分析の数値的解法アプローチとは別に、微分方程式の定性的解法(qualitative differential equation)あるいは定差方程式で表される変数間のダイナミックな関係をいわゆるフェーズ・ダイアグラムというグラフ的手法で明らかにする分析も1990年代になり活発になってきた。これは、合理的期待形成理論の発展のほか、1980年代中葉以降の新経済成長論の発展によっても促進されてきたものと考えられる。外生変数やパラメーターの値に変化が生じたとき(すなわちマクロ経済学でいう、ショックが与えられたとき)、従来の比較静学分析では新しい均衡値を解析的に計算し、ショック前の均衡値とショック後の均衡値を比較・分析するという方法を使う。一方、フェーズ・ダイアグラム手法ではショックが起こった後、元の均衡から新しい均衡に移行する軌跡(trajecory)をグラフによって図示することが出来る。また、新しい均衡値を数値的に求めることも可能である。MATHEMATICA や MAPLE などのソフトウェアはこのようなフェーズ・ダイアグラムを使った分析に適しているし、簡単な分析であれば EXCEL の関数機能を使ってもフェーズ・ダイアグラム分析は可能である。本稿および今後発表予定の関連論文が一部参考になっている Shone(2001、2002)は、近年におけるフェーズ・ダイアグラム手法の発展をうけて学部レベルおよび大学院レベルでのテキストとして出版されたものである。

本稿は今後、執筆、発表していく予定のシリーズ論文、「数値解析手法によるマクロ経済動学分析—数値解析ソフトウェアを援用した教育支援ツール」の第1稿である。このシリーズは、近年、期待概念や動学モデルの導入によって複雑化してきているマクロ経済学の学習・理解を支援するため、MATHEMATICA、MATLAB、EXCEL などの数値解析ソフトウェアを使い、動学的モデルをいかにして組み立て、どのように均衡解を求めていくか、また新しい均衡への軌跡をどのように解釈するか等について、実例を使いつつ解説することを目的としている。その内容は、マクロ分析入門としての単純なケインズ国民所得決定モデルから始まり、IS-LM モデル、マンデル・フレミング・モデル、期待を考慮したフィリップス曲線、ドーンブシュ開放経済モデル、経済成長モデル、リアル・ビジネスサイクル・モデル等へと漸次、高度化・複雑化させていく予定である。したがってレベルとしては、学部の入門経済学レベルから大学

院修士課程のマクロ経済学レベルまでをカバーすることになる。

本稿はシリーズ第1回として、Shone(2001)の分析例、数値例などに依拠しつつ、固定価格を前提とするケインズの短期国民所得決定モデルの動学的解法を EXCEL を使って説明する。第1節では外国との貿易取引のない閉鎖経済モデルを分析する。初期では総需要(国内総支出)が総供給(国内総生産)を上回る財・サービス市場の不均衡状態にあると仮定し、企業側の生産調整によりどのように均衡所得が実現されるかを、外生変数、パラメーターに特定の値を与え数値解析する。さらに応用シミュレーションとして、税収拡大政策として限界税率を引き上げるケースと、自律的(固定)税額を引き上げるケースの双方についてその均衡所得に与える影響を比較分析してある。更に、いわゆる均衡予算乗数についての数値解析方法についても説明した。第2節は外国との貿易取引を考慮した開放経済モデルの動学的分析を扱っている。第1節と同様、総需要が総供給を上回る財・サービス市場の不均衡状態が初期条件であると仮定し、企業側の生産調整によりどのように均衡国民所得が実現されるかを、外生変数、パラメーターに特定の値を与え数値解析してある。応用シミュレーションとして、限界輸入性向が上昇した場合の均衡国民所得に与える影響、および、限界輸入性向が上昇した場合と(外生的な)輸出が減少した場合の均衡国民所得に与える影響の分析を行ってある。なお、この第1稿ではモデルの単純性のためフェーズ・ダイアグラムを使った分析は行わなかったが、第2稿「IS-LM 分析」ではそれを行う予定である。

## 1. 閉鎖経済ケインズ国民所得決定モデル

### (1) モデル

閉鎖経済における固定価格ケインズ国民所得決定モデルの数値解析手法をみる。 $t$  期における国内総生産 GDP を  $Y(t)$  で表す。需要面は、国内総支出  $E(t)$  が、民間消費支出  $C(t)$ 、民間投資支出  $I$  および政府支出  $G$  のみからなる閉鎖経済を考える。民間投資支出および政府支出は外生変数で一定の額とし、民間消費支出は内生変数で所得水準に依存しない自律的消費支出額  $a$  と、誘発消費額  $b \cdot YD(t)$  の合計であるとする。ここで、 $YD(t)$  は  $t$  期における可処分所得、 $b$  は限界消費性向である。可処分所得は総所得  $Y(t)$  から税収額  $T(t)$  を控除した額であるが、税収額は所得とは独立に徴収される自律的税額(固定税額)  $T_0$  と、所得額に比例して発生する税額  $mt \cdot Y(t)$  の合計であるとする。ここで、 $mt$  は限界税率である。

以上の前提のもと、固定価格ケインズ閉鎖経済国民所得決定モデルは以下の同時方程式で表される。

$$\text{財市場の均衡条件: } Y(t) = E(t) \quad (1.1)$$

$$\text{国内総支出: } E(t) = C(t) + I + G \quad (1.2)$$

$$\text{消費関数: } C(t) = a + b \cdot YD(t) \quad (1.3)$$

$$\text{可処分所得: } YD(t) = Y(t) - T(t) \quad (1.4)$$

$$\text{税収額: } T(t) = T_0 + mt \cdot Y(t) \quad (1.5)$$

これら同時方程式から均衡国民所得が以下のように導かれる。

まず、財市場の均衡条件(1. 1)に、国内総支出(1. 2)、消費関数(1. 3)、可処分所得(1. 4)、税収額(1. 5)を逐次代入すると以下の式となる。

$$\begin{aligned} Y(t) &= E(t) \\ &= C(t) + I + G \\ &= a + b \cdot YD(t) + I + G \\ &= a + b \cdot [Y(t) - T(t)] + I + G \\ &= a + b \cdot [Y(t) - T_0 - mt \cdot Y(t)] + I + G \\ &= (a - b \cdot T_0 + I + G) + b \cdot (1 - mt) \cdot Y(t) \end{aligned}$$

これを所得 $Y(t)$ について解くと、均衡国民所得 $Y^*$ が得られる。

$$Y^* = \frac{1}{1 - b(1 - mt)} \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) \quad (1.6)$$

式(1. 6)で、 $k = \frac{1}{1 - b \cdot (1 - mt)}$  は限界税率を考慮した乗数、 $(a - b \cdot T_0 + I + G)$  は自発的支出額である。均衡に

おいては、自発的支出額の乗数倍だけの国民所得が実現することになる。

## (2) 均衡国民所得導出の数値例

ここでは Shone(2001)<sup>2</sup>の数値例を使い、均衡国民所得を計算する。

外生変数およびパラメーターの値は次のようである。

$$\text{自発的消費支出 } a = 110 \quad \text{限界消費性向 } b = 0.75$$

$$\text{固定税額 } T_0 = -80 \quad \text{限界税率 } mt = 0.2$$

$$\text{民間投資額 } I = 250 \quad \text{財政支出額 } G = 300$$

これらの数値が与えられたとき、(1. 1)～(1. 5)の同時方程式は以下ようになる。

$$\text{財市場の均衡条件: } Y(t) = E(t) \quad (1.1)$$

<sup>2</sup> Shone(2001), Figure 3.3 (p. 53)

$$\text{国内総支出: } E(t) = C(t) + 250 + 300 \quad (1.2)'$$

$$\text{消費関数: } C(t) = 110 + 0.75 \cdot YD(t) \quad (1.3)'$$

$$\text{可処分所得: } YD(t) = Y(t) - T(t) \quad (1.4)'$$

$$\text{税収額: } T(t) = -80 + 0.2 \cdot Y(t) \quad (1.5)'$$

これらの同時方程式を解くと次の均衡国民所得が得られる。

$$\begin{aligned} Y^* &= \frac{1}{1-0.75(1-0.2)} \cdot (110 - 0.75 \cdot (-80) + 250 + 300) \\ &= \frac{720}{0.4} = 1800 \end{aligned} \quad (1.7)$$

均衡国民所得の式(1.7)で、乗数の値は $2.5 (= \frac{1}{0.4})$ 、自発的支出額は720である。

### (3) 数量調整メカニズム

初期である $t$ 期には、財・サービス市場が不均衡であったとしよう。例えば、国内総支出額 $E(t)$ が国内総生産 $Y(t)$ を上回っていたとする。このとき企業は意図せざる在庫の取り崩しを経験する。短期では価格が変化しない(固定価格)前提のもと、このような意図せざる在庫の取り崩しに対処し企業は来期には設備稼働率の引き上げ、従業員の雇用拡大などにより生産量を拡大させる。しかし来期における需要は不確実であるため、来期( $t+1$ 期)における生産の拡大額は今期( $t$ 期)に経験した供給不足額 $E(t) - Y(t) > 0$ の $\alpha$ 倍分と仮定する。ここで、 $0 \leq \alpha \leq 1$ である。このような前提のもと、ケインジアンダイナミックな数量調整メカニズムは次の方程式で表される<sup>3</sup>。

$$\Delta Y(t+1) \equiv Y(t+1) - Y(t) = \alpha \cdot [E(t) - Y(t)]; \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (1.8)$$

国内総支出額 $E(t)$ に各需要項目を代入した式

$$E(t) = (a - b \cdot T_0 + I + G) + b \cdot (1 - mt) \cdot Y(t) \quad (1.9)$$

を数量調整メカニズム式(1.8)に代入すると

$$\begin{aligned} \Delta Y(t+1) \equiv Y(t+1) - Y(t) &= \alpha \cdot [(a - b \cdot T_0 + I + G) + b \cdot (1 - mt) \cdot Y(t) - Y(t)] \\ &= \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) - \alpha \cdot [1 - b(1 - mt)] \cdot Y(t) \end{aligned}$$

となる。これから次の第1階の定差方程式、すなわち再帰的方程式(Recursive equation)を得る。

$$Y(t+1) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) + [1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt))] \cdot Y(t) \quad (1.10)$$

<sup>3</sup> Shone(2001), p. 50

固定価格の仮定のもと、総需要と総供給が一致しない場合は(1. 10)式の Recursive equation メカニズムにより総需要に合わせた供給面の調整が行われることが、ケインズ国民所得決定理論の特徴である。

この短期数量調整メカニズムを用い、総需要と総供給が一致しない初期状態から出発し、どのように均衡国民所得が実現するかをみてみよう。生産調整パラメーターの値は  $\alpha = 0.8$  であるとする。分析の初期を第 0 期とし、その国内生産額  $Y(0)$  は 1675 であったとする<sup>4</sup>。モデルのパラメーターおよび外生変数の値は上例どおりであり、よって均衡国民所得  $Y^*$  は 1800 である。一方、初期における国内総支出は(1. 9)式に  $Y(0) = 1675$  および外生変数とパラメーターを代入し、

$$E(0) = (110 + 0.75 \cdot 80 + 250 + 300) + 0.75 \cdot (1 - 0.2) \cdot 1675 = 1725$$

となる。よって、初期(第 0 期)には  $E(0) - Y(0) = 50$  だけの供給不足が発生している。第 1 期に、企業は数量調整メカニズム(1. 8)に従い、 $\alpha \cdot [E(0) - Y(0)] = 0.8 \times 50 = 40$  だけの生産増加を行う。この結果、第 1 期の生産額は  $Y(1) = Y(0) + 40 = 1675 + 40 = 1715$ 、となる。一方、第 1 期の国内総支出額は(1. 9)式を使い、

$$E(1) = (110 + 0.75 \cdot 80 + 250 + 300) + 0.75 \cdot (1 - 0.2) \cdot 1715 = 1749$$

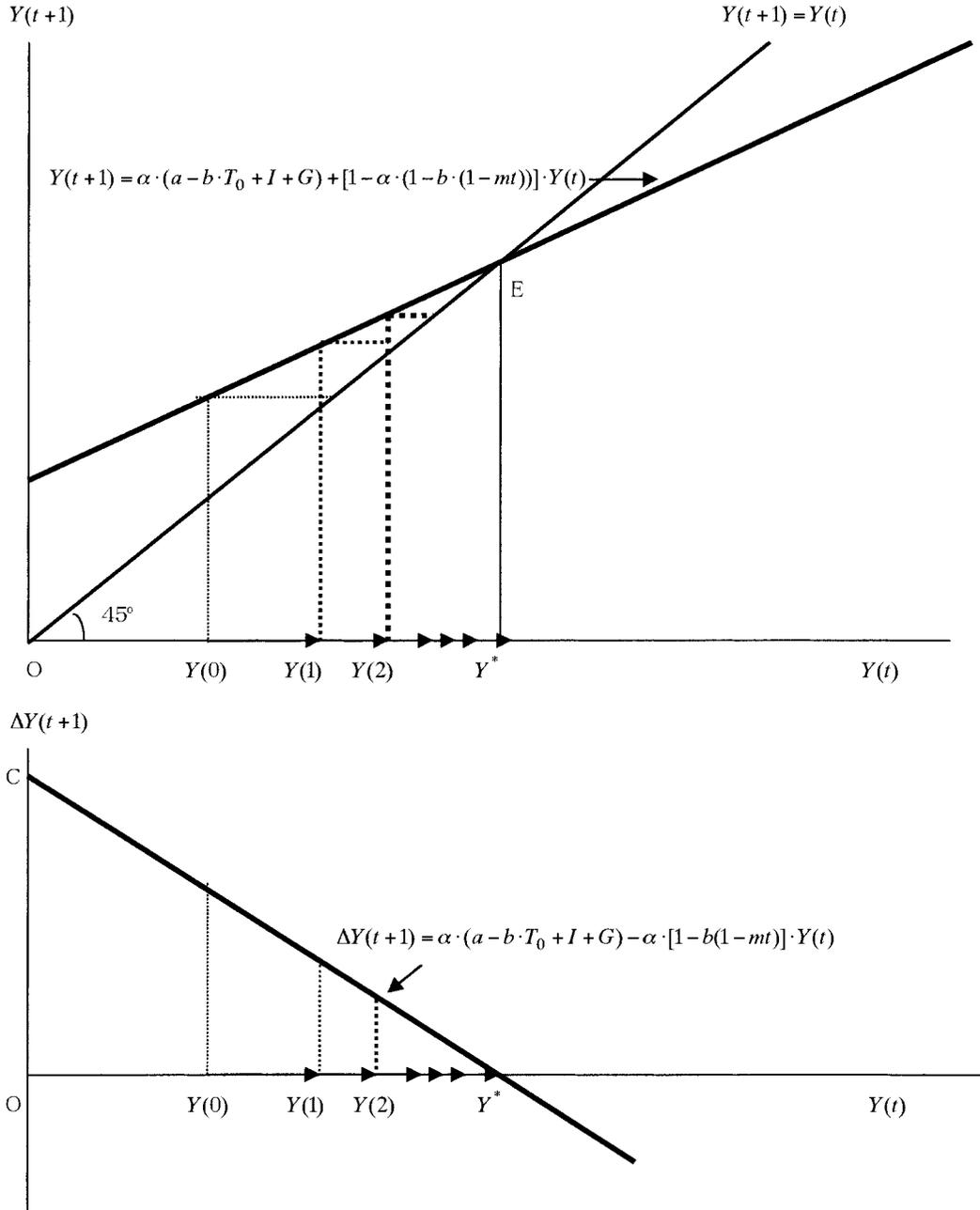
となるので、国内生産額 1715 を 34 上回り、企業は第 1 期にも予期せざる在庫の取り崩しを経験する。したがって、企業は第 2 期には数量調整メカニズム(1. 8)に従い、 $27.2 (= 0.8 \times 34)$  の生産増加を行うので第 2 期生産額は 1742.2 となる。一方、第 2 期の国内総支出額は  $E(2) = 1765.32$  であり、国内生産額を 23.12 上回っている。このようなプロセスを経て、国内生産額と国内総支出額との差額は漸次縮小しいずれは均衡国民所得に到達する。均衡国民所得では、国内総生産額と国内総支出額とは均衡している。

数量調整メカニズム(1. 8)の代わりに、再帰的方程式(1. 10)を用いて当期の生産額と来期の生産額との関係を求めても、同じ生産額の時系列推移が得られる。再帰的方程式を使い均衡国民所得への調整プロセスをグラフ化したのが第 1 図である。図の上のパネルでは横軸に  $t$  期の生産額  $Y(t)$ 、縦軸に  $t+1$  期の生産額  $Y(t+1)$  を目盛っている。図中、45° 線は全ての  $t$  について  $Y(t+1) = Y(t)$  が成立している状況を示している。45° 線よりも傾斜の緩やかな実線は再帰的方程式(1. 10)である。その縦軸との切片は  $\alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G)$  であり、傾きは  $[1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt))]$  である。図 1 の下のパネルは数量調整メカニズムであり、再帰的方程式の両辺から  $Y(t)$  を差し引いたものである。

$$\Delta Y(t+1) = \alpha \cdot [E(t) - Y(t)] = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) - \alpha \cdot [1 - b(1 - mt)] \cdot Y(t) \quad (1. 11)$$

<sup>4</sup> 数値例は Shone (2001), Figure 3.3 による。

図1 均衡国民所得へのダイナミックな調整メカニズム



初期(第0期)の生産額が需要額を下回っているとき( $Y(0) < E(0)$ ), 企業は意図せざる在庫の取り崩しを経験するため第1期には生産を拡大させる。しかし EXCEL シート1にみられるように、第1期の生産額 $Y(1)$ も需要額を下回

っているため、第2期に生産を更に拡大させる。EXCEL シート1から、第2期の生産額 $Y(2)$ も需要額を下回っており、第3期に更に生産を拡大させる。ケインジアン仮定のもとでは、生産額と需要額とが一致しない限り企業は生産調整により需給ギャップを縮小させようとするので、いずれは生産額と需要額とが一致する均衡国民所得 $Y^*$ が実現される。図1の下のパネルは需要額が生産額を上回っているかぎりは数量調整メカニズム方程式に従い、企業は生産額を拡大させる動きを示している。

逆に、初期の生産額が需要額を上回っている場合( $Y(0) > E(0)$ )は、企業は意図せざる在庫の積み増しを経験するため、来期には当期の生産過剰額の $\alpha\%$ 分だけ生産を縮小する。来期にも供給過剰が解消されない場合、その次の期に更に来期の生産過剰額の $\alpha\%$ 分だけ生産を縮小する。このような需要に合わせて生産額を調整させるメカニズムにより均衡国民所得が実現される。

以上のようなダイナミックな調整過程により均衡所得が実現するための必要条件は、 $(1 - b \cdot (1 - mt)) > 0$ である。すなわち、 $\Delta Y(t+1) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) - \alpha \cdot [1 - b(1 - mt)] \cdot Y(t)$ が負の勾配を持つことが必要条件となる。これは、乗数値が正であることと同じである。

#### (4) 数量調整メカニズムの EXCEL による数値解析

図1の生産調整メカニズムを EXCEL で数値分析すると以下ようになる(EXCEL シート1を参照)<sup>5</sup>。まず、外生変数およびパラメーターの値を EXCEL 上のセルに指定する。EXCEL シート1では、自発的消費支出額 a、限界消費性向 b、自発的(固定)税額  $T_0$ 、限界税率  $mt$ 、数量調整パラメーター  $\alpha$ 、設備投資額 I および財政支出額 G の値を第 M 列上のセルに指定した(M4～M10)。また、国民所得の初期値 1675 をセル B17 に指定してある。均衡国民所得は(1.6)式から解析的に求めることができ、セル M14 で計算してある(1800)。EXCEL 上の計算式はつぎのようである。

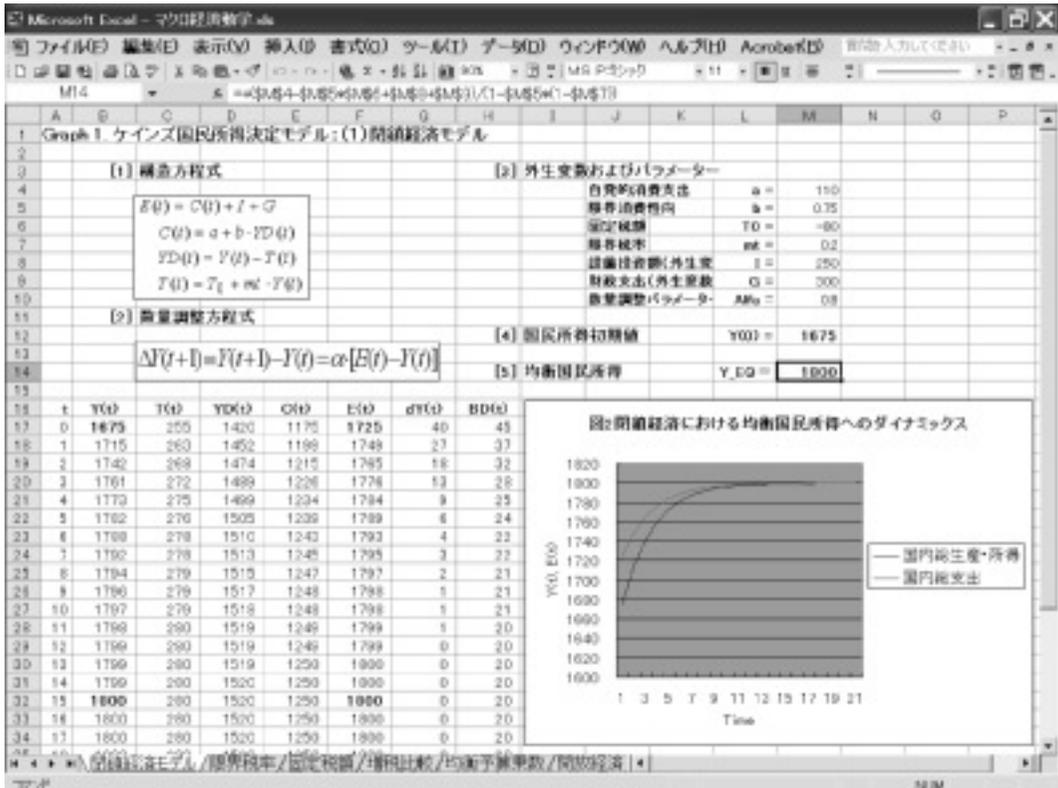
$$\bullet \quad +(\$M\$4 - \$M\$5 * \$M\$6 + \$M\$8 + \$M\$9) / (1 - \$M\$5 * (1 - \$M\$7))$$

この式で、「\$ 列記号 \$ 行番号」は、当該列・行上のセルを固定するための EXCEL の文法である。例えば、\$M\$4 は、第 M 列第 4 行のセル(すなわち、自発的消費支出)を固定して指定するという意味である。

ついで、同時方程式(1.2)～(1.5)および外生変数、パラメーターの値を使い、第0期(初期)における内生変数である T(t)―税総額―、YD(t)―処分所得―、C(t)―消費支出―、E(t)―国内総支出―、dY(t)―生産・所得の

<sup>5</sup> Shone(2001), Figure 3.3

EXCEL シート1:閉鎖経済ベースライン・モデル



増加額一、BD(t)＝財政収支(＝財政支出－税総額)を計算する。

第1期の数値 (EXCEL シート1の第18行) については、まず生産・所得額  $Y(1)$  を再帰的方程式  $Y(1) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) + [1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt))] \cdot Y(0)$  により計算する。EXCEL コマンドでは次のようになる。

- $Y(1)$  -セル B18- の計算:  $\$M\$10 * (\$M\$4 - \$M\$5 * \$M\$6 + \$M\$8 + \$M\$9) + (1 - \$M\$10 * (1 - \$M\$5 * (1 - \$M\$7))) * B17$

第1期のその他の内生変数の計算は第0期の計算式をそのまま利用できるため、第0期の式を、「コピー」し、「貼り付け」ればよい。第2期以降の数値については、生産額  $Y(2)$  も含め全ての変数は第1期の計算式を「コピー」し、「貼り付け」ることによって計算できる。このようにして計算した結果をみると、国内総生産はその初期値1675 (< 国内総支出の初期値1725) から出発し、漸次、国内総支出とのギャップを縮小しながら拡大し、第15期に均衡国民所得1800に到達していることが見て取れる。

第B列のセル B17~B38 の国内総生産および第F列のセル F17~F38 の国内総支出を Excel のグラフ機能を使いプロットしたのが EXCEL シート1の、「図2 閉鎖経済における均衡国民所得へのダイナミクス」である。初

第1表 EXCEL シート1のセル入力

記号	項目	t = 0	t = 1 以降
Y(t)	国内総生産・所得	国内総生産初期値 = 1675	t=1 $+\$M\$10*(\$M\$4-\$M\$5*\$M\$6+\$M\$8+\$M\$9)+(1-\$M\$10 * (1-\$M\$5*(1-\$M\$7)))*B17$ t=2 以降も同じ式。tに合わせ、セル B18 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
T(t)	税総額	$\$M\$6 + \$M\$7 * B17$	tに合わせ、セル C17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
YD(t)	可処分所得	B17 - C17	tに合わせ、セル D17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
C(t)	消費支出	$\$M\$4 + \$M\$5 * D17$	tに合わせ、セル E17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
E(t)	国内総支出	$E17 + \$M\$8 + \$M\$9$	tに合わせ、セル F17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
dY(t)	生産増加額	$\$M\$10 * (F17 - B17)$	tに合わせ、セル G17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
BD(t)	財政収支	$\$M\$9 - C17$	tに合わせ、セル H17 を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
Y*	均衡国民所得	セル M14 = 1800	セル M14 の入力 $+(\$M\$4 - \$M\$5 * \$M\$6 + \$M\$8 + \$M\$9) / (1 - \$M\$5 * (1 - \$M\$7))$

期には総支出が総生産を上回っているが、期を追うごとに供給不足は漸次解消され、第10期頃には、ほぼ均衡国民所得水準に達しているのが視覚的に読み取れる。

### (5) シミュレーション

#### (A) 増税：限界税率引き上げ vs. 自律的税額の引き上げ

EXCEL シート1のベースモデルでは、財政支出額が300である一方、自律的税額(固定税額)が-80とマイナス(すなわち、補助金の支給になっている。)となっているため、所得水準とともに増加する限界税額を加えても財政収支 BD は均衡国民所得水準でも20の赤字であった。このシミュレーションでは、EXCEL シート1と同様、初期国民所得が均衡国民所得を下回る状況のもと企業の自律的生産調整により均衡所得を実現するメカニズムを分析するが、均衡所得の実現過程で財政収支がバランスするように、(1)限界税率を引き上げる、あるいは(2)自律的税額(固定税額)を引き上げる、という二つのシナリオを考える。そのような税額引き上げの例として、(1)限界税率をベースライ

EXCEL シート2:増税



ン・モデルの  $mt = 0.20$  から、 $mt = 0.218$  に引き上げるケース、および(2) 自律的税額をベースライン・モデルの  $T_0 = -80$  から、 $T_0 = -48.7$  に引き上げるケース、の二つのケースを検討する。ケース1の場合は初期(第0期)の財政収支は  $-14.85$  の赤字であったものが、赤字幅を漸次縮小させ、第12期には  $-0.53$  の赤字にまで削減されている。ケース2の場合は、初期(第0期)の財政収支は  $-13.70$  の赤字であったものが、ケース1と同様赤字幅を漸次縮小させ、第13期には  $-0.53$  の赤字にまで削減されている。EXCEL シート2の財政収支 ( $BD(t)$ ) 欄を比較すれば解るように、これら二つのシナリオは財政収支への影響という面から見れば似通っている。

(ア) 限界税率の引き上げ

限界税率を引き上げると、数量調整方程式(1. 11)は縦軸との切片を基点として時計回りの方向に回転する(図3参照)。したがって均衡国民所得は  $Y^*$  から  $Y^{**}$  に減少する。また各期における生産増加額  $\Delta Y(t+1)$  も税率引き上げ前に比べ、一様に減少する(図3、図4参照)。税率引き上げ前に比べ、生産・所得の増加額は各期小さいものの、税率の引き上げによって、財政支出額を300で一定として財政赤字は大幅に改善される。

図 3 限界税率( $mt$ )の上昇

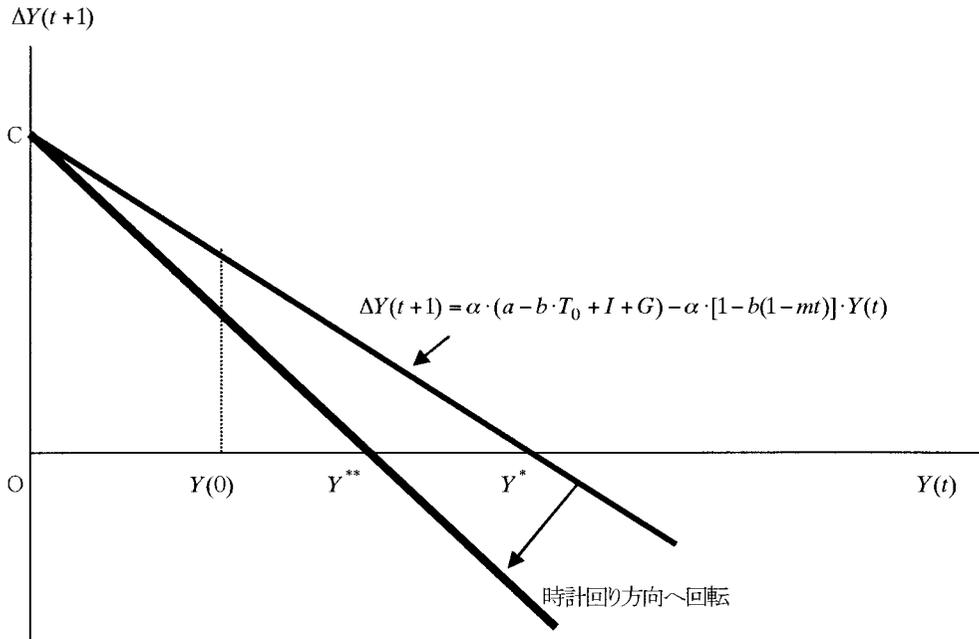
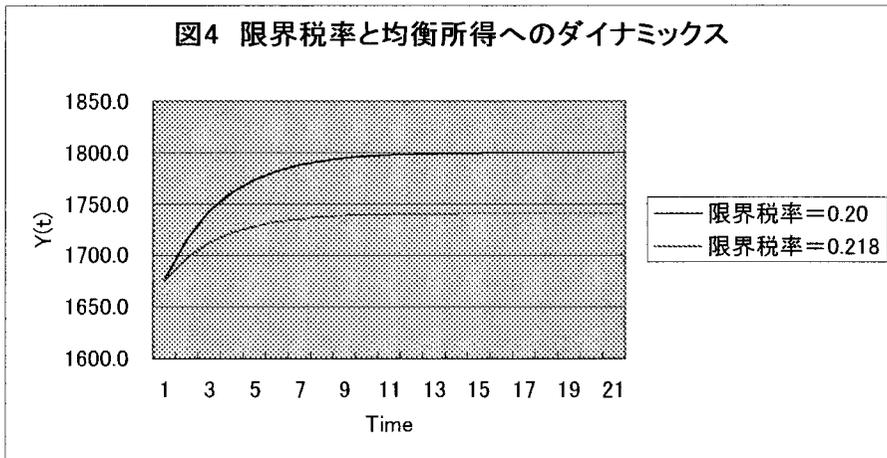


図 4 限界税率と均衡所得へのダイナミクス



(注) 自立的税額(固定税額)は、 $T_0 = -80$  で変化なしとする。

(イ) 自立的税額の引き上げ

限界税率は0.20 で同率として自立的税額(固定税額)を引き上げると、数量調整方程式(1. 11)は、図5にみられるように、 $-cb \cdot \Delta T_0$  だけ下方に平行移動する。ここで  $\Delta T_0$  は増税額である。したがって均衡国民所得は  $Y^*$  か

図5 自律的税額(固定税額) ( $T_0$ ) の増加

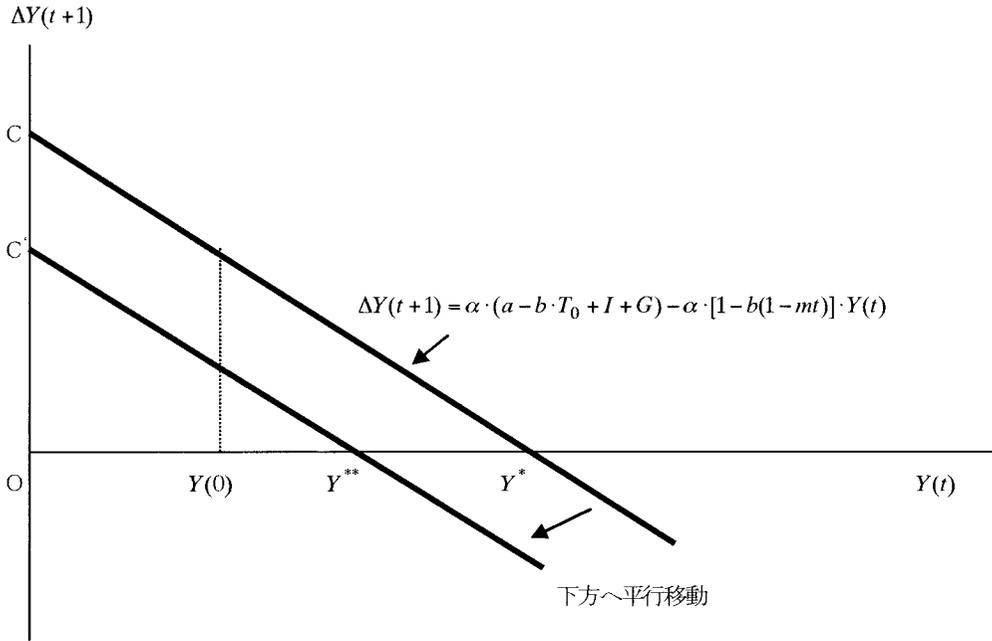
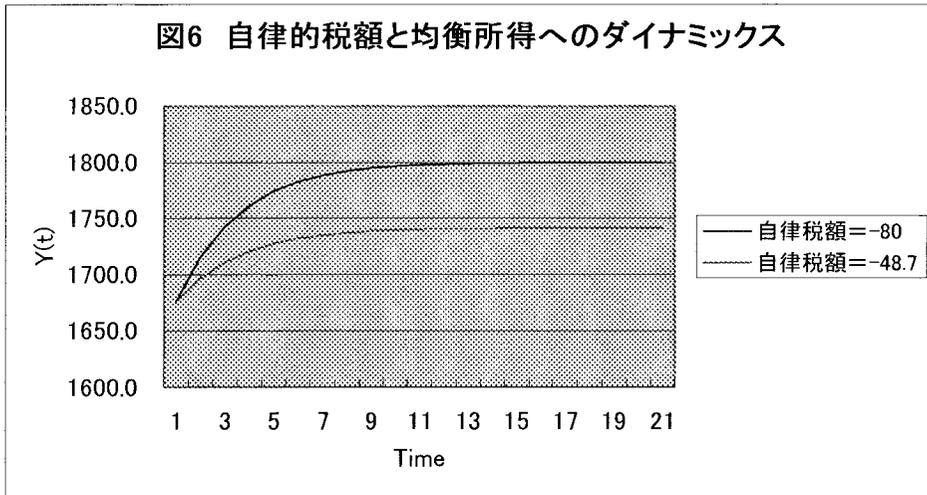


図6 自律的税額と均衡所得へのダイナミクス



(注)限界税率は  $mt = 0.20$  で変化なしとする。

ら  $Y^{**}$  に減少する。また各期における生産増加額  $\Delta Y(t+1)$  も税額引き上げ前に比べ、一様に減少する(図5、図6 参照)。自律的税額引き上げ前のケースと比べると、生産・所得の増加額が小さいため所得に比例する限界税額は少なくなるが、固定税額の引き上げにより財政支出額を300で一定として、財政赤字は大幅に改善される。また限

界税率引き上げのケースと自律的税額引き上げのケースを比較すると、税込総額が同じ水準に収束する場合は、生産・所得も同じ水準に収束することがExcelシート2から見て取れよう。

### (B) 均衡予算乗数

「均衡予算乗数の定理」とは、“予算を均衡させながら財政支出、税収の規模を拡大させるときの乗数の値は1である”，ということである。分析の簡単化のため、限界税率はゼロとする。したがって、税収は自律的税額のみとし、その初期値はベースライン・モデルのように  $T_0 = -80$  とする。他の外生変数、パラメーターの値はベースライン・モデルと同じとすると、均衡国民所得は

$$Y^* = \frac{1}{1-b(1-mt)} \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) = \frac{110 - 0.75 \cdot (-80) + 250 + 300}{1 - 0.75 \cdot (1-0)} = \frac{720}{0.25} = 2880$$

となる。この均衡国民所得をベースとして、限界的均衡予算すなわち、財政支出増加額と増税額とが等しくなるような財政政策の効果を検討する<sup>6</sup>。財政支出額 ( $G$ ) を50増加し、その資金調達のため自律的税額 ( $T_0$ ) を50増税したときの外生変数およびパラメーターは次のとおりである。

自発的消費支出	$a = 110$	限界消費性向	$b = 0.75$
自律的税額	$T_0 = -30$	限界税率	$mt = 0$
民間投資額	$I = 250$	財政支出額	$G = 350$

初期国民所得は均衡国民所得2880として、限界的均衡予算を維持したときの財政政策後の新しい均衡国民所得は

$$Y^* = \frac{1}{1-b} \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G) = \frac{110 - 0.75 \cdot (-30) + 250 + 350}{1 - 0.75} = \frac{732.5}{0.25} = 2930$$

となる。均衡国民所得の増加額は50であり、これは財政支出の増加額と同じ値である。すなわち、財政支出乗数の値は1ということになる。これが均衡予算乗数の定理である。

分析的には、財政支出増加の均衡国民所得への効果は

$$\frac{\partial Y^*}{\partial G} = \frac{1}{1-b} > 0 \quad (1.12)$$

一方、増税の均衡国民所得への影響は

$$\frac{\partial Y^*}{\partial T_0} = -\frac{b}{1-b} < 0 \quad (1.13)$$

<sup>6</sup> Shone(2001), p. 59の数値例

EXCEL シート3:均衡予算乗数



財政支出増加と増税を同時に行い、かつその額は同一であるから、均衡国民所得を全微分し、

$$dY^* = \frac{\partial Y^*}{\partial G} dG + \frac{\partial Y^*}{\partial T_0} dT_0 = \frac{1}{1-b} dG - \frac{b}{1-b} dT_0 = dG \tag{1.14}$$

よって、均衡予算乗数は

$$\frac{dY^*}{dG} = 1. \tag{1.15}$$

となる。

EXCEL による数値解法をみると (EXCEL シート 3 参照)、財政赤字は初期の赤字額 -380 (= -30 - 350) を維持したまま推移する一方、生産・所得額は初期均衡値である 2880 から逐次拡大し、第 21 期目には新しい均衡国民所得 2930 に達するのが見て取れる。そのプロセスは、まず第 0 期には、財政支出が 50 増加する反面、消費支出が限界消費性向 × 増税額 (= 0.75 × 50) の減少に留まるため国内総支出が総生産を 13 上回り、財市場の不均衡が発生する。第 1 期以降は供給不足を調整するため、企業が漸次生産を拡大させ、需要と供給のギ

チャップは漸次、縮小し第21期目になると財市場が均衡する均衡国民所得が実現することになる。

## 2. 開放経済ケインズ国民所得決定モデル

### (1) モデル

閉鎖経済ケインズ国民所得モデルに輸出、および輸入を導入すると、単純なケインズ型開放経済国民所得モデルが得られる。ここでは、輸出額は外生変数、輸入額は一定額の自律的輸入と国内生産・所得水準に依存して決まる誘発輸入からなると仮定し、外国の生産・所得水準および為替相場、資本取引などは考慮しない。

以上の仮定のもと、ケインズ型開放経済国民所得決定モデルは以下の同時方程式で表される。

$$\text{財市場の均衡条件: } Y(t) = E(t) \quad (2.1)$$

$$\text{国内総支出: } E(t) = C(t) + I + G + X - M(t) \quad (2.2)$$

$$\text{消費関数: } C(t) = a + b \cdot YD(t) \quad (2.3)$$

$$\text{可処分所得: } YD(t) = Y(t) - T(t) \quad (2.4)$$

$$\text{税収額: } T(t) = T_0 + mt \cdot Y(t) \quad (2.5)$$

$$\text{輸入額: } M(t) = M_0 + mp \cdot Y(t) \quad (2.6)$$

$$\text{貿易収支: } NX(t) = X - M(t) \quad (2.7)$$

$$\text{数量調整方程式: } \Delta Y(t+1) = \alpha \cdot (E(t) - Y(t)); \quad \alpha \leq 1 \quad (2.8)$$

(2.2)式および(2.7)式の $X$ は輸出額(外生変数)であり、輸入額(2.6)式の $M_0$ は生産・所得水準に依存しない自律的輸入額、 $mp$ は限界輸入性向したがって $mp \cdot Y(t)$ は $t$ 期における誘発輸入額である。

開放経済ケインズ国民所得モデルの均衡国民所得 $Y^*$ は(2.1)～(2.7)の同時方程式の解として得られる。すなわち、

$$Y^* = \frac{a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0}{1 - b \cdot (1 - mt) + mp} \quad (2.9)$$

均衡国民所得式で分子の $(a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0)$ は外生変数である自発的支出額、一方 $\frac{1}{1 - b \cdot (1 - mt) + mp}$ は開放経済版の自発的支出乗数である。限界税率 $mt$ および限界輸入性向 $mp$ の値が大きくなればなるほど、乗数の値は小さくなり、財政支出増加など自発的支出増加の所得拡大効果は小さくなる。

ケインジアンダイナミックな数量調整メカニズムは(2.8)式で表される。

国内総支出額  $E(t)$  に各需要項目(2. 4)～(2. 7)を逐次代入すると、数量調整メカニズム式は次のようになる。

$$\Delta Y(t+1) \equiv Y(t+1) - Y(t) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0) - \alpha \cdot [1 - b(1 - mt) + mp] \cdot Y(t)$$

これから次の第1階の定差方程式、すなわち再帰的方程式(Recursive equation)を得る。

$$Y(t+1) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0) + [1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt) + mp)] \cdot Y(t) \quad (2. 10)$$

縦軸に来期の生産・所得  $Y(t+1)$ 、横軸に今期の生産・所得  $Y(t)$  を目盛り、再帰的方程式を図示すると、縦軸の切片を自発的支出額の  $\alpha$  倍の額とし、勾配を  $[1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt) + mp)]$  とする右下がりの直線となる。不均衡状態から出発し、均衡所得を実現するためには、右下がりの直線であること、すなわち  $1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt) + mp) < 0$

が必要条件となる。

## (2) Excel による数値解析

開放経済ケインズ国民所得モデルを Shone (2001) の数値例を使って Excel で分析してみよう。<sup>7</sup>

外生変数およびパラメーターは次の値であるとする(Excel シート4を参照)。

自発的消費支出	$a = 110$	限界消費性向	$b = 0.75$
自律的税額	$T_0 = -80$	限界税率	$mt = 0.2$
限界輸入性向	$mp = 0.2$	民間投資額	$I = 300$
財政支出額	$G = 200$	輸出額	$X = 400$
自律的輸入額	$M_0 = 10$	生産調整パラメーター	$\alpha = 0.8$

初期の国民所得は1000であったとしよう。Excel シート4の初期(第0期)および第1期以降における各変数のコマンド入力方法は第2表に示した。まず外生変数およびパラメーターの値が上のように与えられたとき、均衡国民所得は

セル N13 に次のコマンドを入力することによって得られる。

$$\bullet + (\$N\$2 - \$N\$3 * \$N\$4 + \$N\$7 + \$N\$8 + \$N\$10 - \$N\$11) / (1 - \$N\$3 * (1 - \$N\$5) + \$N\$6)$$

これは均衡国民所得式  $Y^* = \frac{a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0}{1 - b \cdot (1 - mt) + mp}$  をセルを指定することによって計算するものである。

<sup>7</sup> Shone (2001), Figure 3.8, p. 64

Excel シート4: 開放経済ベースライン・モデル



初期国民所得を1000とすると、初期国民総支出(E(0))は1460となり財・サービス市場は初期では460の供給不足が発生しており、不均衡状態にある。均衡国民所得はセル N13の計算により1766.7である。企業は初期の供給不足額のα倍(=0.8倍)の生産増加(460×0.8=368)を第1期に行う。よって第1期の国内総生産はセル B17にみられるように1368となる。しかし第1期における生産増加は可処分所得の増加を通じて消費支出の増加を招き、限界税額の増加や誘発輸入の増加という需要漏出項目を差し引いた後のネットのみで国内総支出額は初期(第0期)に比べ増加する(セル H17=1607.2)。よって、第1期においても企業は供給不足による意図せざる在庫の取りくずしを経験するため、第2期には第1期の供給不足額(E(1)-Y(1):セル I17=239.2)の0.8倍の生産増加を行う。第2期の国内総生産はセル B18に表されており、それは第1期の生産額1368に0.8×239.2=191.4を加えた1559.4である。第2期においても供給不足は解消されず、企業による生産調整は第3期以降においても同じルールで継続されることになる。

第2表 Excel シート4 のセル入力

記号	項目	t = 0	t = 1 以降
Y(t)	国内総生産・所得額	国民所得初期値 = 1000	t=1 期 $+\$N\$9*(\$N\$2-\$N\$3*\$N\$4+\$N\$7+\$N\$8+\$N\$10-\$N\$11)+$ $(1-\$N\$9*(1-\$N\$3*(1-\$N\$5)+\$N\$6))*B16$ t=2 期 以降も同じ式。tに合わせ、セルB17を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
T(t)	税総額	$\$N\$4 + \$N\$5 * B16$	tに合わせ、セルC16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
YD(t)	可処分所得	$B16 - C16$	tに合わせ、セルD16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
C(t)	消費支出	$\$N\$2 + \$N\$3 * D16$	tに合わせ、セルE16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
M(t)	自発的輸入額	$\$N\$2+$ $\$N\$3*F17D16$	tに合わせ、セルF16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
NX(t)	貿易収支	$\$N\$6*B16+\$N\$11$	tに合わせ、セルG16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
E(t)	国内総支出	$E16 + \$N\$7 + \$N\$8$ $+G16$	tに合わせ、セルH16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
E(t)-Y(t)	需給不一致額	$H16-B16$	tに合わせ、セルI16を「コピー」し、各期のセルに「貼り付け」
Y*	均衡国民所得	セル N13 =1766.7	セル N13 の入力 $+(\$N\$2-\$N\$3*\$N\$4+\$N\$7+\$N\$8+\$N\$10-\$N\$11)/(1-\$N\$3*(1-\$N\$5)+\$N\$6)$
	乗数値	セル P13 =1.6667	セル P13 の入力 $+1/(1-\$N\$3*(1-\$N\$5)+\$N\$6)$

B 列上のセルに示される各期における総生産額  $Y(t)$  は再帰的方程式(Recursive equation)

$$Y(t+1) = \alpha \cdot (a - b \cdot T_0 + I + G + X - M_0) + [1 - \alpha \cdot (1 - b \cdot (1 - mt) + mp)] \cdot Y(t)$$

を用いても計算でき、Excel シート4での計算はこの方法による。そのコマンドは表2にも示されているように第1期の総生産額については

$$\bullet \quad +\$N\$9*(\$N\$2-\$N\$3*\$N\$4+\$N\$7+\$N\$8+\$N\$10-\$N\$11)+(1-\$N\$9*(1-\$N\$3*(1-\$N\$5)+\$N\$6))*B16$$

である。第2期以降についてはセル B16を1セルずつ下にずらして計算していく(実際に用いる簡便な方法は「コピー」、「貼り付け」のコマンドを使用)。Excel シート4では第17期に国内総生産と国内総支出が均衡し、均衡国民所得が実現している。需要項目をみると、消費支出は初期の770から漸次増加し均衡では1230となり、貿易収支は初期の190の貿易黒字が生産・所得拡大に伴う誘発輸入の増加により、均衡では36.7まで黒字幅を縮小している。

### (3) シミュレーション

上のベースライン・モデルで使われた外生変数とパラメーターのうち、一部の値を変更し均衡所得などの内生変数に及ぼす影響をシミュレーションしてみよう。初期の生産・所得は均衡国民所得であったとしよう。とりわけ、その均衡国民所得はベースライン・モデルで得られた1766.7であるとする。外生変数やパラメーターの値の変化が均衡国民所得や内生変数の初期値をどのように変化させるかをシミュレーションするわけである。

#### ・ シミュレーション1: 限界輸入性向上の昇(Excel シート5参照)

消費者や企業の限界輸入性向が  $mp = 0.20$  から  $mp = 0.25$  に上昇したとしよう。国内製品に対する需要が減少し、輸入製品に対する需要が増加するのであるから、初期(第0期)には国内総支出(1678)は国内総生産—均衡国民所得—(1766.7)を下回り、財・サービス市場は不均衡状態になる。貿易収支は元の均衡では36.7の貿易収支黒字であったものが、限界輸入性向上後は初期(第0期)に-51.7の赤字に転ずる。企業は初期に国内需要の減退から意図せざる在庫の積み増しを経験するため、来期(第1期)には供給過剩額  $(Y(0) - E(0) = 1766.7 - 1678.4 = 88.3)$  の  $\alpha$  (0.8)倍だけ生産を縮小する。この結果、第1期の国内総生産は減少する。また、総生産・所得の減少から消費支出や輸入にもマイナスの影響がでるが、限界輸入性向上による輸入増加効果を打ち消すまでにはいならず、貿易収支は引き続き-34.0の貿易赤字となる。また、国内総需要の減少から財・サービスの供給過剩額は縮小するものの、依然、-42.4の供給過剰である。企業は第2期も引き続き生産調整を行い国内総生産は縮小する。このため消費、輸入ともに減少するが、貿易収支は依然-25.5の赤字、財市場全体では

Excel シート5:限界輸入性向の上昇

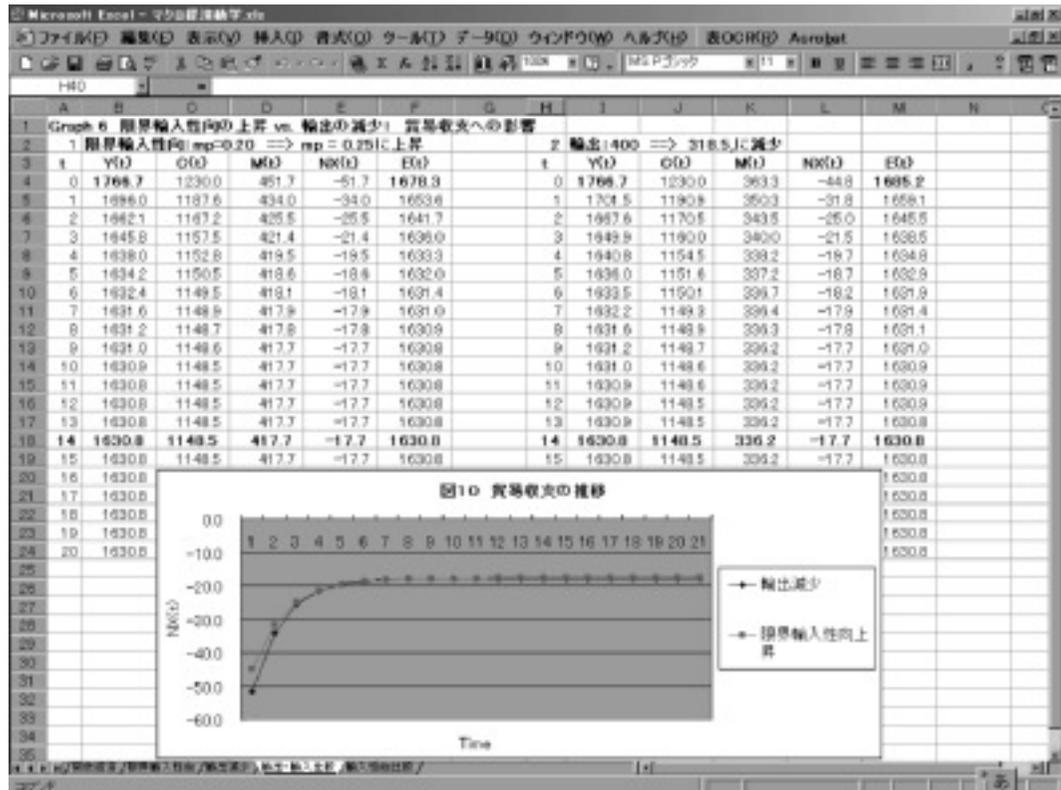


-20.35 の供給過剰である。このような生産調整と国内需要減少を繰り返し、あらたな均衡国民所得は第15期に1630.8の水準で実現する。そこではもちろん財・サービス市場は均衡しているため財・サービスの供給過剰は解消している。また、均衡国民所得水準での貿易収支は-17.7の貿易赤字である。

シミュレーション2: 限界輸入性向の上昇 vs. 輸出の減少(Excel シート6 参照)

このシミュレーションでは、初期均衡国民所得および初期貿易黒字36.7からスタートし、新しい均衡での貿易収支赤字額が同額となるような(1)限界輸入性向の上昇、および(2)輸出の減少、の二つのケースについて、新しい均衡国民所得の水準を比較する。パラメーターの限界輸入性向を  $mp = 0.20$  から  $mp = 0.25$  に上昇させるシナリオ、および、外生変数である輸出額を当初の400から318.5に減少させるシナリオ、の二つのケースのシミュレーションを行った。いずれのシナリオでも新しい均衡では貿易収支は-17.7の貿易赤字である。Excel シート6の図10に見られるように、貿易収支の赤字幅は初期(第0期)には、限界輸入性向上昇のシナリオが輸出減少の

Excel シート6: 限界輸入性向の上昇 vs. 輸出の減少



シナリオよりも大きい。いずれのシナリオでも期を経るとともに貿易収支の赤字幅は縮小して行き、第9期には均衡状態である-17.7の貿易赤字に落ち着く。

国内総生産・総所得の均衡はいずれのシナリオでも第14期に実現し、その水準は1148.5と同額である。総需要項目でみて、外生変数である民間投資額や財政支出額はもとより、消費支出額も両シナリオで同額の数字となる。このように、総輸入額Mという内政変数に影響を与えるパラメーター限界輸入性向の上昇の生産・総需要に及ぼす効果と、外生変数である輸出額の減少の生産・総需要に及ぼす効果は、両シナリオにおいて均衡所得下での貿易収支が同額であるという制約条件を付すれば、まったく同じになることがシミュレーション結果からわかる。

## 参考文献

Amman, Hans M., David A. Kendrick and John Rust (1996), Handbook of Computational Economics, Volume 1, Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science.

Judd, Kenneth L. (1998), Numerical Methods in Economics, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Marimon, Ramon and Andrew Scott eds. (1999), Computational Methods for the Study of Dynamic Economics, New York, New York: Oxford University Press.

Shone, Ronald (2001), An Introduction to Economic Dynamics, Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Shone, Ronald (2002), Economic Dynamics: Phase Diagrams and their Economic Application, 2<sup>nd</sup> Edition, Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Varian, Hal ed. (1992), Economic and Financial Modeling with MATHEMATICA, New York, New York: Springer-Verlag.

Varian, Hal ed. (1996), Computational Economics and Finance: Modeling and Analysis with MATHEMATICA, New York, New York: Springer-Verlag.